Classe: TS2ET	Date: 07/03/2017	**Type**
Devoir n°7		**Devoir en classe**
Thème: Loi binomiale, loi uniforme et normale		

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8;p=0,3)$.

1°) Donnez E(X) et V(X).

2°) Calculez :

a) $P(X=0)$, b) $P(X=3)$, c) $P(X\leqslant 1)$, d) $P(X\leqslant 7)$.

Exercice 2

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion *p* = 0,02 est défectueuse.

1. On contrôle un lot de 1000 pièces :

   Soit X la variable aléatoire : «nombre de pièces défectueuses parmi 1000». Quelle est la loi de X? Quel est son espérance, son écart-type ?

2. Calculez la probabilité : $P(18\leqslant X\leqslant 22)$.

Exercice 3

Dans la journée, un métro passe toutes les 6 minutes à la station 14. Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station. On suppose que X suit la loi uniforme sur [0 ; 6].

1°) Représenter la fonction densité de X.

2°) Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 3 et 5 minutes ?

Exercice 4

Une usine fabrique des plaquettes rectangulaires dont la longueur et la largeur sont usinées de manière indépendante. On admet que la longueur L et la largeur l d'une plaquette suivent des lois de Laplace- Gauss, de moyennes respectives 80,005 et 50,000 avec des écarts-types respectifs $s_L=0{,}005$ et $s_l=0{,}005$ (les dimensions étant exprimées en mm).

1. Déterminer la probabilité $P(L\leqslant 80{,}01)$.

2. Déterminer de même $P(l\geqslant 50{,}01)$

3. On impose les normes de fabrication suivantes: L=80±0,01 et l=50±0,01 (mm).

Quel est alors le pourcentage de plaquettes à rejeter à la sortie de la chaîne de fabrication?

Correction

Exercice 1 X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=8\,;\,p=0{,}3)$

1°) D'après le cours : $E(X) = n.p = 8 \times 0{,}3 = 2{,}4$ (1)

$V(X) = npq = 8 \times 0{,}3 \times 0{,}7 = 1{,}68$ (1)

2°) a) $P(X=0) = \binom{8}{0} p^0 q^8 = 1 \times 1 \times 0{,}7^8 = 0{,}057$ (1)

on peut aussi utiliser la calculatrice

b) $P(X=3) = \binom{8}{3} p^3 q^5 = \frac{8\times 7\times 6}{3\times 2} \times 0{,}3^3 \times 0{,}7^5 = 0{,}254$ (1)

c) $P(X \leq 1) = 0{,}255$ (calculatrice) (1)

d) $P(X \leq 7) = 0{,}9999$ (1)

Exercice 2 1°) X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n=1000\,;\,p=0{,}02)$ (1)

Son espérance est : $E(X) = n \times p = 20$ (1)

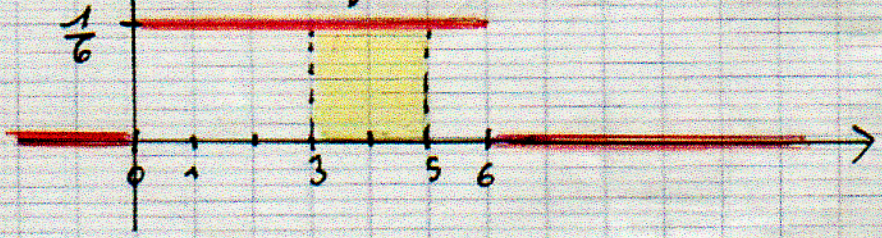
Son écart-type est : $\sigma(X) = \sqrt{npq} \simeq 4{,}43$ (1)

2°) A la calculatrice, on trouve : $P(18 \leq X \leq 22) =$

$P(18 \leq X \leq 22) = \underbrace{P(X \leq 22) - P(X \leq 17)}_{\text{pour pouvoir utiliser la calculatrice}} \simeq 0{,}4275$ (2)

Exercice 3

1°) X suit la loi uniforme, donc la densité est la suivante :



(3)

2°)

$P(3 \leq X \leq 5) =$ aire coloriée en jaune (2)

$= 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

Exercice 4

1°) L suit la loi normale $\mathcal{N}(m_L = 80{,}005\ ;\ \sigma_L = 0{,}005)$

Donc $P(L \leq 80{,}01) = 0{,}8413$ (calculatrice) 1

2°) ℓ suit la loi normale $\mathcal{N}(m_\ell = 50,\ \sigma_\ell = 0{,}005)$

Donc $P(\ell \geq 50{,}01) = 0{,}0228$ (calculatrice) 1

3°) Calculons la probabilité que la pièce soit conforme :

$$P(79{,}99 \leq L \leq 80{,}01 \text{ et } 49{,}99 \leq \ell \leq 50{,}01)$$
$$= P(79{,}99 \leq L \leq 80{,}01) \times P(49{,}99 \leq \ell \leq 50{,}01)$$
(car L et ℓ sont deux v.a. indépendantes)
$$= 0{,}8399947732 \times 0{,}954499876$$
$$\simeq 0{,}802$$

Il y aura donc $100 - 80{,}2 = 19{,}8\%$ de pièces à rejeter 2