

Classe: TS2ET	Date: 17/03/2017	Type <u>Devoir maison</u> pour le 24/03/17
<u>Devoir n°8</u>		
Thème: Lois de probabilités		

Exercice 1

Suite à un problème sur sa ligne téléphonique, Christophe contacte le service après-vente de son opérateur. Le conseiller l'informe qu'un technicien le contactera pour une intervention à distance jeudi entre 18h et 19h. Ce technicien appelle de manière aléatoire, donc uniforme, sur le créneau donné. On note X la variable aléatoire qui indique le temps d'attente en min de Christophe entre 18h et 19h.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité que Christophe attende entre 15 et 40 min ?

Exercice 2

Une machine fabrique des barres métalliques en acier. A chaque pièce tirée au hasard, on associe sa longueur exprimée en millimètre ; on définit ainsi une variable aléatoire X . On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m = 500$ et d'écart-type $\sigma = 0,12$.

1. Quelle est la probabilité, à 0,01 près, que la longueur d'une barre prise au hasard ne soit pas comprise entre 499,79 et 500,21 ?
2. Déterminer le nombre a tel que la proportion de barres ayant une longueur comprise entre $500 - a$ et $500 + a$ soit égale à 0,80.

Exercice 3

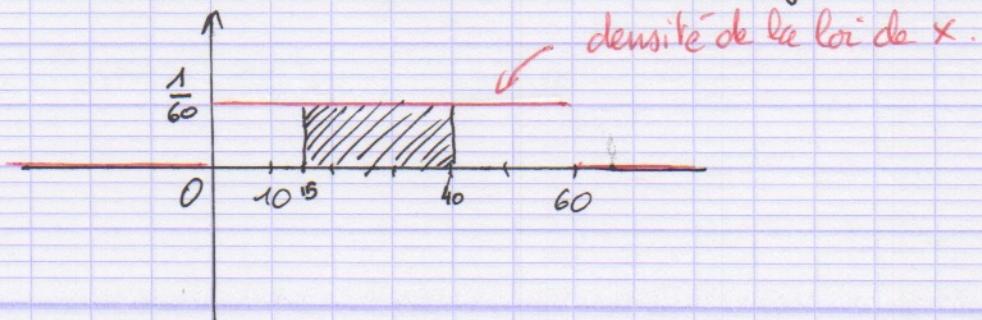
Une machine fabrique des résistors. La variable aléatoire X associe à chaque résistor sa résistance exprimée en ohms. On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m=100$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

1. On prélève un résistor au hasard. Il est conforme si sa résistance est comprise entre 94,75 et 105,25 ohms. Quelle est la probabilité, à 10^{-2} près, que le résistor ne soit pas conforme ?
2. Déterminer le nombre réel h tel que 97 % des résistors produits par la machine aient une résistance comprise entre $100 - h$ et $100 + h$ ohms.

Corrigé du devoirExercice 1 (6pts)

1^o) D'après l'énoncé, X représente le temps d'attente en minutes entre 18^h et 19^h. Comme le technicien appelle de manière aléatoire, donc uniforme, on sait que X suit la loi uniforme sur $[0; 60]$ dont la densité est donc constante sur $[0; 60]$ égale à $\frac{1}{60}$.

(2pts)



2^o) D'après 1^o) on a donc: $P(15 \leq X \leq 60) = \text{aire du rectangle hachuré}$
(4pts) → 2 résultats
→ 2 rédaction

$$P(15 \leq X \leq 60) = \frac{5}{12} \approx 0,417$$

$$= \frac{1}{60} \times (40 - 15) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$$

Exercice 2 : X suit la loi normale $N(\mu = 500; \sigma = 9,12)$ (7pts)

1^o) On calcule $P(499,79 \leq X \leq 500,21)$.

Pour cela, on utilise la calculatrice: $P(499,79 \leq X \leq 500,21) \approx 0,92$ à 0,01 près.

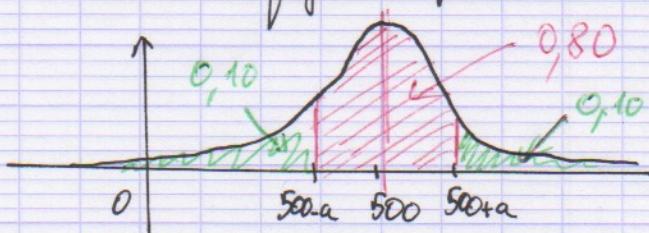
(3pts)

On demande la probabilité de l'événement contraire :

→ 2 pour le calcul
→ 1 pour l'événement contraire. $1 - 0,92 \approx 0,08$

2^o) On cherche a tel que: $P(500-a \leq X \leq 500+a) = 0,80$

Faisons une figure représentant la densité de X :



On cherche donc a tel que $P(X \leq 500-a) = 0,10$

Or d'après la fonction de la calculatrice : (FracNorm ou invNorm)

$$500 - a = \text{invNorm}(0.10, 500, 0.12)$$

$$500 - a = 499,846$$

Donc $a \approx 500 - 499,846$

(4 pts)

$$\boxed{a \approx 0,154}$$

Exercice 3: X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu = 100, \sigma = 3)$

1°) On calcule : $P(94,75 \leq X \leq 105,25)$.

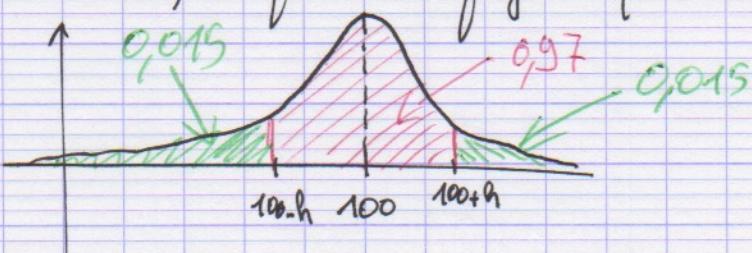
Pour cela, on utilise la calculatrice.

22

$$(3 \text{ pts}) \quad P(94,75 \leq X \leq 105,25) = \text{normalFrep}(94,75, 105,25, 100, 3) \\ \approx 0,92 \text{ à } 10^{-2} \text{ près}$$

Donc la probabilité que le résistor ne soit pas conforme est : $1 - 0,92 = 0,08$

2°) Comme avant, on fait un figure qui représente la densité



Donc on cherche h tel que : $P(X \leq 100 - h) = 0,015$

or pour cela on utilise la fonction de la calculatrice :

(4 pts)

$$100 - h = \text{FracNorm}(0.015, 100, 3) \\ \approx 93,49$$

$$\text{Donc } h = 100 - 93,49$$

D'où $\boxed{h \approx 6,51 \Omega}$