

Classe: TS2ET	Date: 17/03/2017	<u>Type</u> <u>Devoir maison</u> <u>pour le 24/03/17</u>
<u>Devoir n°8</u>		
Thème: Lois de probabilités		

Exercice 1

Suite à un problème sur sa ligne téléphonique, Christophe contacte le service après-vente de son opérateur. Le conseiller l'informe qu'un technicien le contactera pour une intervention à distance jeudi entre 18h et 19h. Ce technicien appelle de manière aléatoire, donc uniforme, sur le créneau donné. On note X la variable aléatoire qui indique le temps d'attente en min de Christophe entre 18h et 19h.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité que Christophe attende entre 15 et 40 min ?

Exercice 2

Une machine fabrique des barres métalliques en acier. A chaque pièce tirée au hasard, on associe sa longueur exprimée en millimètre ; on définit ainsi une variable aléatoire X . On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m = 500$ et d'écart-type $\sigma = 0,12$.

1. Quelle est la probabilité, à 0,01 près, que la longueur d'une barre prise au hasard ne soit pas comprise entre 499,79 et 500,21 ?
2. Déterminer le nombre a tel que la proportion de barres ayant une longueur comprise entre $500 - a$ et $500 + a$ soit égale à 0,80.

Exercice 3

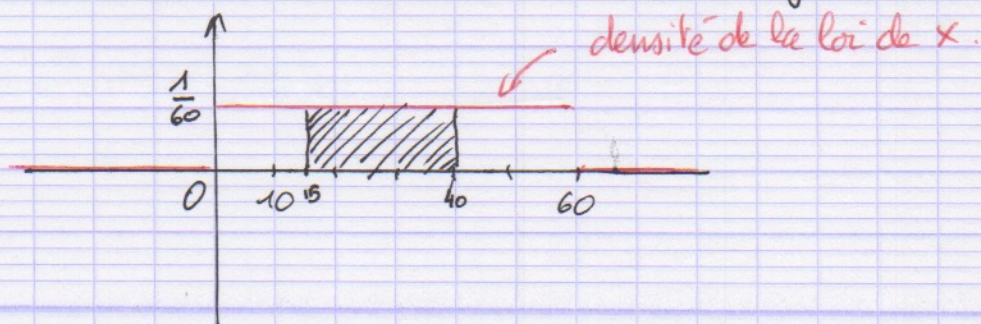
Une machine fabrique des résistors. La variable aléatoire X associe à chaque résistor sa résistance exprimée en ohms. On suppose que X suit la loi normale de moyenne $m=100$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

1. On prélève un résistor au hasard. Il est conforme si sa résistance est comprise entre 94,75 et 105,25 ohms. Quelle est la probabilité, à 10^{-2} près, que le résistor ne soit pas conforme ?
2. Déterminer le nombre réel h tel que 97 % des résistors produits par la machine aient une résistance comprise entre $100 - h$ et $100 + h$ ohms.

Corrigé du devoir

Exercice 1 (6pts)

- 1°) D'après l'énoncé, X représente le temps d'attente en minutes entre 18^h et 19^h. Comme le technicien appelle de manière aléatoire, donc uniforme, on sait que X suit la loi uniforme sur $[0; 60]$ dont la densité est donc constante sur $[0; 60]$ égale à $\frac{1}{60}$.



- 2°) D'après 1°) on a donc: $P(15 \leq X \leq 40) = \text{aire du rectangle hachuré}$
 $= \frac{1}{60} \times (40 - 15) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

(4pts) → 2 résultat
→ 2 rédaction

$$P(15 \leq X \leq 40) = \frac{5}{12} \approx 0,417$$

Exercice 2: X suit la loi normale $\mathcal{N}(m=500; \sigma=9,12)$ (7pts)

- 1°) On calcule $P(499,79 \leq X \leq 500,21)$.

Pour cela, on utilise la calculatrice: $P(499,79 \leq X \leq 500,21) \approx 0,92$ à 0,01 près.

On demande la probabilité de l'événement contraire:

Donc la probabilité que X ne soit pas comprise dans l'intervalle $[499,79; 500,21]$: c'est à dire:

$$1 - 0,92 \approx 0,08$$

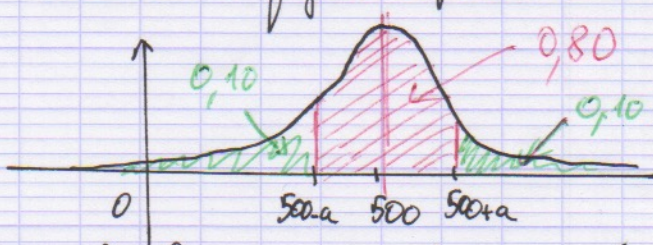
(3pts)

→ 2 pour le calcul

→ 1 pour l'événement contraire.

- 2°) On cherche a tel que: $P(500-a \leq X \leq 500+a) = 0,80$

Faisons une figure représentant la densité de X :



On cherche donc a tel que $P(X \leq 500-a) = 0,10$

Or d'après la fonction de la calculatrice : (FracNorm ou invNorm)

$$500 - a = \text{invNorm}(0.10, 500, 0.12)$$

$$500 - a = 499,846$$

$$\text{Donc } a \approx 500 - 499,846$$

$$\boxed{a \approx 0,154}$$

(4pts)

Exercice 3: X suit la loi normale $\mathcal{N}(m=100, \sigma=3)$

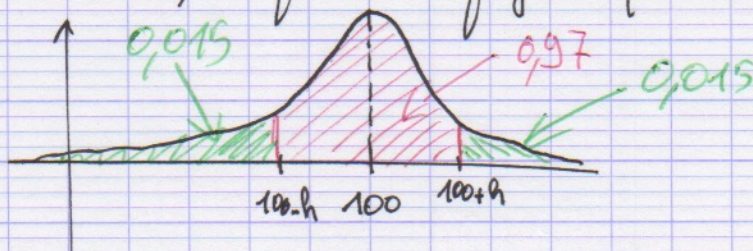
1°) On calcule : $P(94,75 \leq X \leq 105,25)$.

Pour ça, on utilise la calculatrice :

(3pts) $P(94,75 \leq X \leq 105,25) = \text{normalFrac}(94,75, 105,25, 100, 3)$
 $\approx 0,92$ à 10^{-2} près

Donc la probabilité que le résistor ne soit pas conforme est : $\boxed{1 - 0,92 = 0,08}$

2°) Comme avant, on fait un figure qui représente la densité



Donc on cherche h tel que : $P(X \leq 100 - h) = 0,015$
 or pour ça on utilise la fonction de la calculatrice :

$$100 - h = \text{FracNorm}(0.015, 100, 3)$$

$$\approx 93,49$$

$$\text{Donc } h = 100 - 93,49$$

$$\text{Donc } \boxed{h \approx 6,51 \Omega}$$

(4pts)