

63 f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variation. $\mathcal{C}_f$ est sa courbe représentative.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
f	$+\infty$	2	5	3

1. Lire dans le tableau les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

En déduire l'existence d'une asymptote à $\mathcal{C}_f$.

2. Soit g la fonction telle que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

$\mathcal{C}_g$ est la courbe représentative de g .

a. Justifier que g est définie sur $\mathbb{R}$.

b. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

c. En déduire l'existence d'asymptotes à $\mathcal{C}_g$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 5**, p. 47

64 f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
f	$+\infty$	0	-2	0

1. Lire dans le tableau les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Soit g la fonction telle que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

$\mathcal{C}_g$ est la courbe représentative de g .

a. Déterminer l'ensemble de définition de g .

b. Déterminer les limites de g en $-\infty$, en 3 (à gauche et à droite) et en $+\infty$.

c. En déduire l'existence d'asymptotes à $\mathcal{C}_g$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 5**, p. 47

Exercice n°63 page 58 (10pts)

1°) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ (D'après le tableau)

Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, on peut affirmer que la droite d'équation $y = 3$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$.

2°) a) $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

Comme f est définie sur $\mathbb{R}$, g sera définie pour tout x tel que $f(x) \neq 0$. Or d'après les variations de f le minimum de f est 2 et donc pour tout x , $f(x) \neq 0$.
Ainsi, g est définie sur $\mathbb{R}$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{f(x)} \right) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{3}$

c) Comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$, la droite d'équation $y = 0$ est asymptote à $\mathcal{C}_g$ en $-\infty$

Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{3}$, la droite d'équation $y = \frac{1}{3}$ est asymptote à $\mathcal{C}_g$ en $+\infty$.

Exercice n°64 page 58 (10pts)

1°) D'après le tableau des variations:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{et} \quad \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$

2°) $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

a) Comme f est définie sur $\mathbb{R}$, g sera définie pour tout x tel que $f(x) \neq 0$.

Or, d'après les variations de f , $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Donc g est définie sur $\boxed{\mathbb{R} \setminus \{3\} =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0}$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^-$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty}$

• $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 0^+$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = +\infty}$

• $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 0^-$ donc $\boxed{\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = -\infty}$

c) Comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$, la droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}_g$ en.

Comme $\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x) = -\infty$, la droite d'équation $x = 3$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}_g$.