Feuille d'exercices « Objectifs » sur les généralités sur les fonctions

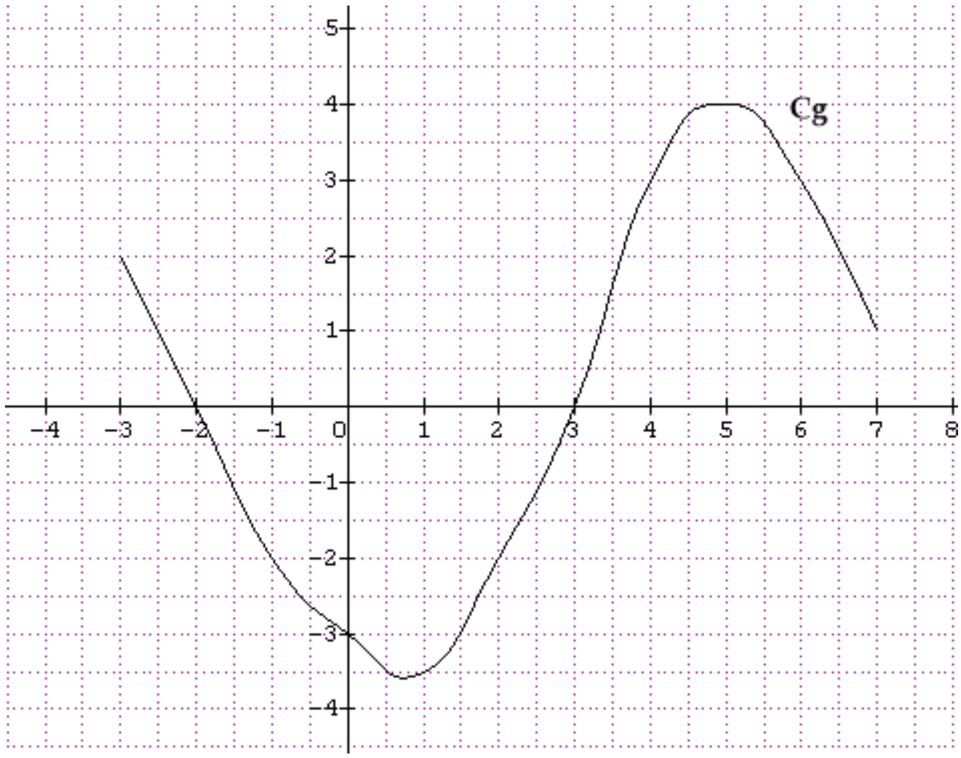
<u>Objectif 1</u> : savoir lire graphiquement ou calculer les images de nombres par une fonction.

1- f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3x}{x^2+1}$ (soit $f : x \longmapsto \dfrac{3x}{x^2+1}$)

et h la fonction (affine) définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -3x + 5$ (soit $h : x \longmapsto -3x + 5$)

Calculer les images des nombres 0 ; 2 ; 5 ; 10 ; −4 ; −5 ; 3,2 et $-\dfrac{1}{3}$ par f puis par h. (donner, bien sûr, des valeurs exactes des résultats)

Calculer l'image de 5 par f, c'est calculer $f(5)= \dfrac{3\times 5}{5^2+1}$



(figure 1)

2- g est la fonction représentée sur la figure 1.
a) Quel est l'ensemble de définition de g ?[1]
b) Lire graphiquement les valeurs de g(− 3), g(− 1), g(6) , g(0)
c) Donner les images par g des nombres − 2 ; 1 ; 2 ; 5 et 7

<u>Objectif 2</u> : Savoir lire ou calculer les antécédents d'un nombre par une fonction

1) Soit h la fonction (affine) définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -3x + 5$.
Calculer les antécédents par h des nombres − 3 ; 6 ; 10 ; − 2,5

Calculer les antécédents de − 3 par h revient à résoudre l'équation h(x) = − 3

[1] L'ensemble de définition de la fonction g = l'ensemble des nombres (x) qui admettent une image par g.

2) Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = (3x + 2)(x - 5)$

a) Calculer l'image de 0 par k

b) Calculer les antécédents de 0 par k.

Ne pas confondre : - Calculer l'image de 5 par f c'est à dire calculer $f(5) = \ldots$..

- Calculer les antécédents de 5 par f, c'est-à-dire résoudre l'équation $f(x) = 5$

3) On reprend la fonction g représentée sur la figure 1.
Déterminer par lecture graphique les antécédents de -4 ; -3 ; -1 ; 0 ; 1 ; 3 et 4,5 par g.

<u>Objectif 3</u> : savoir résoudre graphiquement une équation du type f(x) = a

Toujours à partir de la figure 1 qui représente la fonction g, résoudre graphiquement les équations :
$g(x) = -4$; $g(x) = -3$; $g(x) = -1$; $g(x) = 0$; $g(x) = 1$; $g(x) = 3$; $g(x) = 4$; $g(x) = 5$

<u>Objectif 4</u> : savoir résoudre graphiquement une inéquation du type f(x) < a ou f(x) ≤ a ou f(x) > a ou f(x) ≥ a

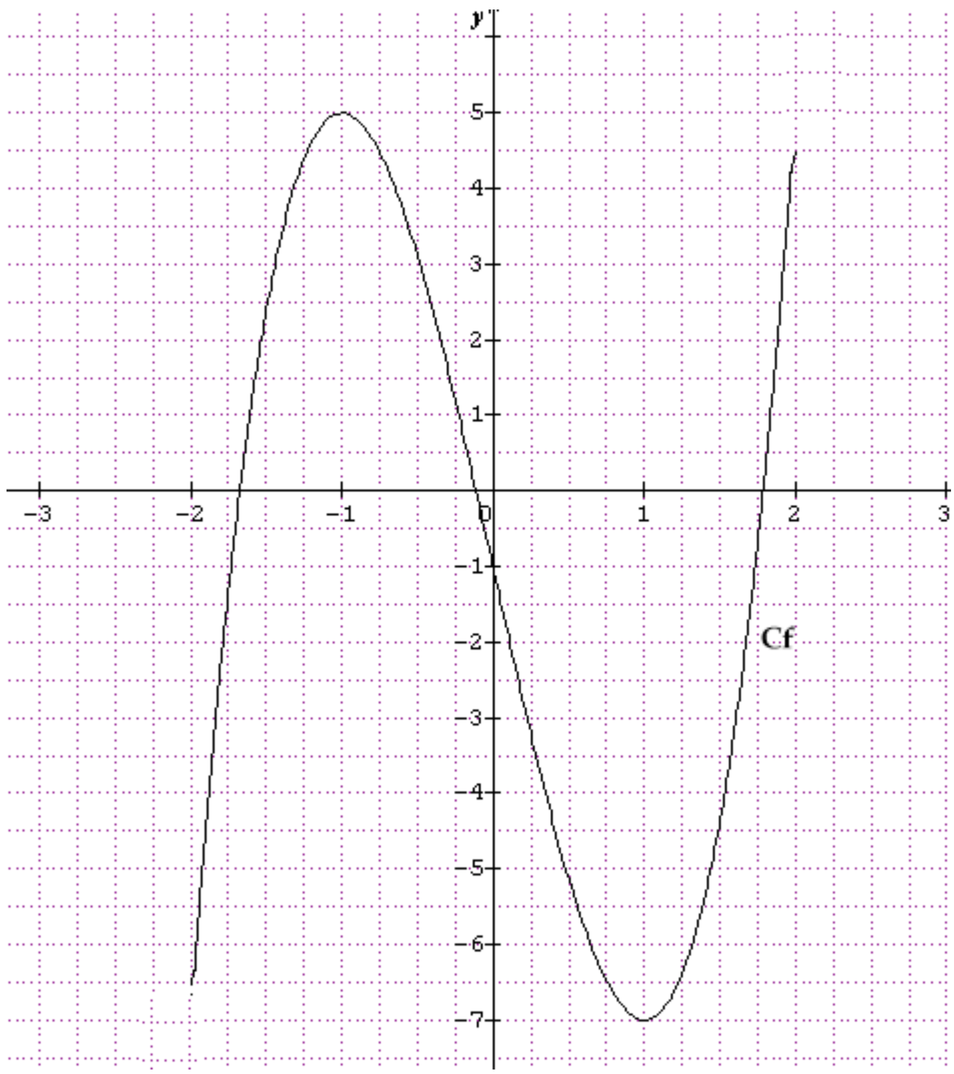
Toujours à partir de la figure 1 qui représente la fonction g, résoudre graphiquement les inéquations :

$g(x) \leq -4$	$g(x) < -4$	$g(x) \geq -4$	$g(x) > -4$
$g(x) \leq -3$	$g(x) < -3$	$g(x) \geq -3$	$g(x) > -3$
$g(x) \leq -1$	$g(x) < -1$	$g(x) \geq -1$	$g(x) > -1$
$g(x) \leq 0$	$g(x) < 0$	$g(x) \geq 0$	$g(x) > 0$
$g(x) \leq 1$	$g(x) < 1$	$g(x) \geq 1$	$g(x) > 1$
$g(x) \leq 3$	$g(x) < 3$	$g(x) \geq 3$	$g(x) > 3$
$g(x) \leq 5$	$g(x) < 5$	$g(x) \geq 5$	$g(x) > 5$

<u>Objectif 5</u> : savoir construire le tableau de variations d'une fonction, décrire ses variations et donner les extrema.

La figure 2 (page suivante) donne la courbe représentative d'une nouvelle fonction f

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2) Décrire les variations de f : f est croissante sur l'intervalle … puis décroissante sur l'intervalle … etc.
3) Indiquer le maximum de f et préciser pour quelle valeur de f il est atteint
4) Même question pour le minimum de f
5) Construire le tableau de variations de f



<u>Objectif 6</u> : savoir établir un tableau de valeurs puis construire dans un repère donné la courbe représentative d'une fonction définie numériquement

Dans un repère orthonormal **d'unité 2 cm** sur papier millimétré, tracer la courbe

réprésentative de la fonction définie sur ℝ par : $\boxed{f(x) = \dfrac{(x-3)(x+2)(x-5)}{10}}$

Pour ce faire, remplissez préalablement à l'aide de la calculatrice le tableau de valeurs suivants, en donnant des arrondis à 0,01 près :

x	− 3	− 2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5
f(x)										
x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
f(x)										

Avant de tracer la courbe, faites-la tracer à la calculatrice et trouvez de bonnes dimensions pour la fenêtre de tracé (V-Window ou Window) et dessiner au brouillon la fenêtre de tracé en indiquant le X min, le X max, le Y min et le Y max afin de placer correctement vos axes sur la feuille de papier millimétré.

Exercices de synthèse.

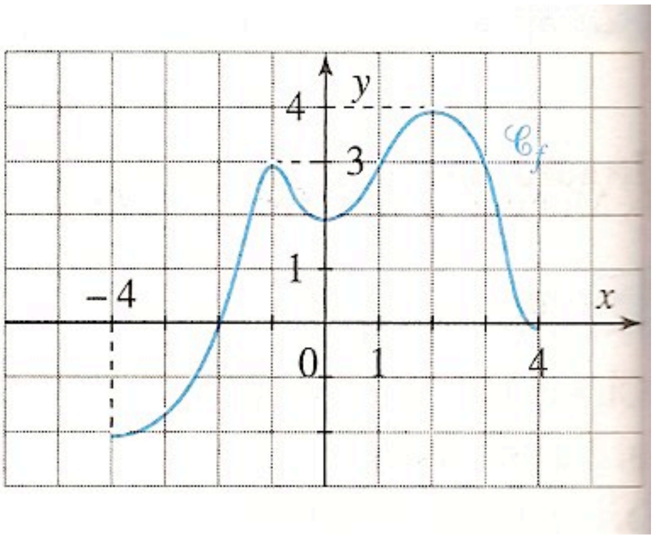
Exercice 1 :

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4\ ;\ 4]$.

a. Quelle est l'image de 1 par f ?

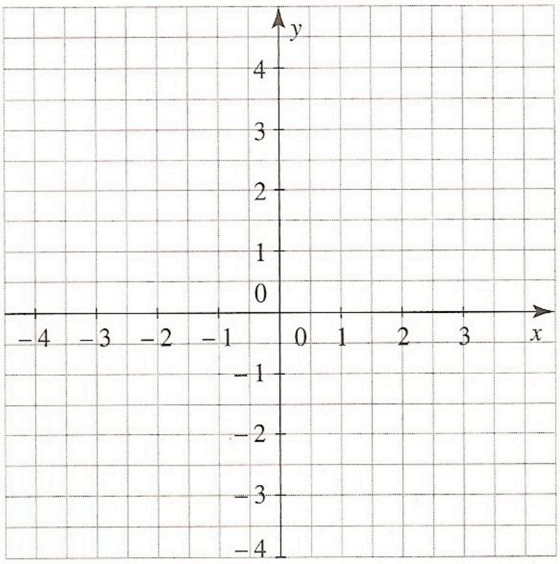
b. Résoudre dans $[-4\ ;\ 4]$ les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = -3$.

c. Résoudre dans $[-4\ ;\ 4]$ les inéquations $f(x) < 0$ et $f(x) \geqslant 2$.



Exercice 2 :

Soit g une fonction définie sur I = [− 4 ; 4]



1) Construire dans le repère ci-contre une courbe représentant g sachant que

- Les nombre − 3,5 ; − 0,5 et 3 ont tous trois 0 comme image par g
- $g(-4) > -1$
- La fonction g admet sur I un minimum en 1. Ce minimum est égal à − 3
- La fonction g admet sur I un maximum en − 2. Ce maximum est égal à 4
- La courbe coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée − 2
- La fonction g est croissante sur [−4 ; −2], décroissante sur [− 2 ; 1] et croissante sur [1 ; 4]

2) (question bonus) Construire le tableau de signes de g(x) sur I.

Exercice 3 : 1) Dans un repère orthogonal, en prenant pour unité 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées, construire la courbe représentative de la fonction h définie sur [− 6 ; 6] par $h(x) = \dfrac{8x}{x^2 + 1}$

Tableau de valeurs (arrondir à 0,1 près)

x	− 6	− 5	− 4	− 3	− 2,5	− 2	− 1,5	− 1,25	− 1	− 0,75	− 0,5	− 0,25	0
h(x)													

x	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6
h(x)													

2) Etablir par lecture graphique le tableau de variations de h sur [− 6 ; 6]

3) Quel est le maximum de h et pour quelle valeur de x est-il atteint ?

4) Quel est le minimum de h et pour quelle valeur de x est-il atteint ?