Classe: TSSI	Date: 18/12/2013	**Type**
Devoir n°10		**Devoir surveillé**
Thème: Probabilités conditionnelles		

EXERCICE 1

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4}.

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note V l'événement «la personne est contaminée par le virus» et T l'événement «le test est positif ».

$\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les événements contraires de V et T.

1°) a. Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\overline{V}}(\overline{T})$.

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

b. En déduire la probabilité de l'événement $V \cap T$.

2°) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3°) a. Justifier par un calcul la phrase:

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

b. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif .

EXERCICE 2

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier. 40% des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise. Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70% d'entre eux sont retenus. Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25% des candidats rencontrés.

On choisit au hasard le dossier d'un candidat.

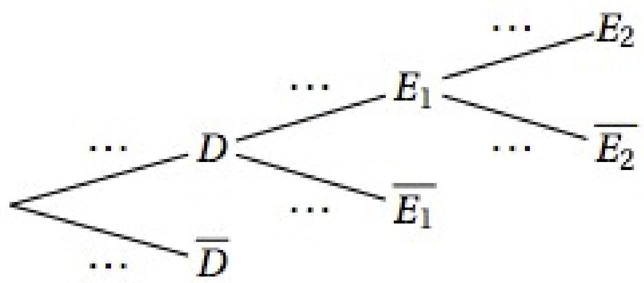
On considère les événements suivants :

D : «Le candidat est retenu sur dossier»,

E_1 : «Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien»,

E_2 : «Le candidat est recruté».

1°) Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2°) Calculer la probabilité de l'événement E_1 .

3°) On note F l'événement « Le candidat n'est pas recruté ».

Démontrer que la probabilité de l'événement F est égale à 0,93.

Correction du devoir.

Ex 1 : 12 points

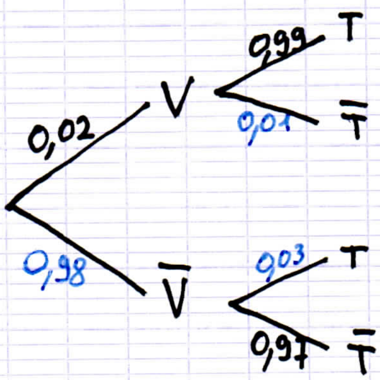
1°) a) D'après l'énoncé : $\boxed{P(V) = 0{,}02}$ (2% de la population est contaminée par le virus)

$\boxed{P_V(T) = 0{,}99}$ (La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99)

$\boxed{P_{\bar{V}}(\bar{T}) = 0{,}97}$ (La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97)

1,5pts

Faisons un arbre qui traduit cette situation :



Cette branche correspond à l'événement $V \cap T$

1,5pts

b) D'après l'arbre précédent, on en déduit :

$$P(V \cap T) = P_V(T) \times P(V) = 0{,}99 \times 0{,}02 = \boxed{0{,}0198}$$

3pts

2°) La probabilité que le teste soit positif est, d'après la formule des probabilité totale :

$$P(T) = P_V(T) \times P(V) + P_{\bar{V}}(T) \times P(\bar{V})$$
$$= 0{,}99 \times 0{,}02 + 0{,}03 \times 0{,}98$$

$$\boxed{P(T) = 0{,}0492}$$

2pts

3°) a) Dans cette question, on veut montrer que : $P_T(V) \simeq 0{,}40$

or $P_T(V) = \dfrac{P(T \cap V)}{P(T)} = \dfrac{0{,}0198}{0{,}0492} = \dfrac{198}{492} = \dfrac{33}{82} \simeq \underline{\underline{0{,}4024}}$ (2pts)

Il y a bien 40% de chances que la personne soit contaminée lorsque le test est positif.

b) On cherche : $P_{\bar{T}}(\bar{V}) = \dfrac{P(\bar{T} \cap \bar{V})}{P(\bar{T})} = \dfrac{0{,}98 \times 0{,}97}{1 - P(T)}$

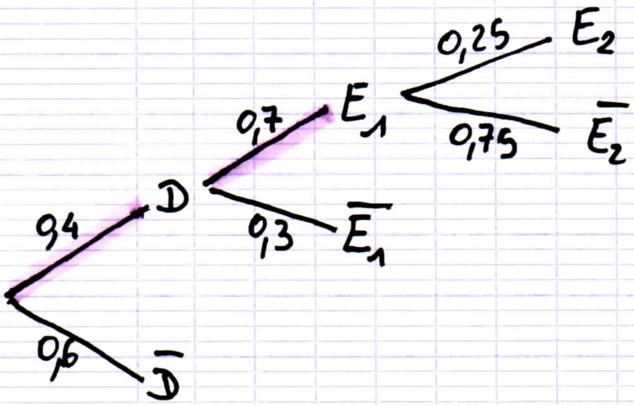
$P_{\bar{T}}(\bar{V}) = \dfrac{0{,}9506}{1 - 0{,}0492} \simeq \underline{\underline{0{,}9998}}$ arrondi à 10^{-4} près

(2pts)

Exercice 2 (8pts)

1°)

(2pts)



En réalité c'est l'événement $D \cap E_1$ qui est en rose, mais $E_1 \subset D$ donc $D \cap E_1 = E_1$

2°) D'après l'arbre, l'événement E_1 correspond à la branche rose

Donc $P(E_1) = 0{,}4 \times 0{,}7 = \boxed{0{,}28}$ (3pts)

3°) $P(F) = 1 - P(\bar{F})$ or $\bar{F}$ = "Le candidat est ~~retenu~~ recruté"

et $P(\bar{F}) = P(D \cap E_1 \cap E_2) = 0{,}4 \times 0{,}7 \times 0{,}25$ (voir arbre)

$= 0{,}07$

Donc $\boxed{P(F) = 1 - 0{,}07 = 0{,}93}$ (3pts)